

|                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| <b>ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :</b> | <b>ΑΛΓΕΒΡΑ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ</b> |
| <b>ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:</b>     | <b>31 / 01 / 2026</b>       |

### ΘΕΜΑΤΑ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

( Μονάδες 8 )

**A2. i)** Να δώσετε τον ορισμό της γνησίως φθίνουσας συνάρτησης σ' ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της.

ii) Τι ονομάζουμε αριθμητική τιμή ενός πολυωνύμου  $P(x)$  για  $x = \rho$ .

iii) Να γράψετε το διάστημα των τιμών που παίρνει η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

( Μονάδες 3 + 2 + 2 = 7 )

**A3.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

i) Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

ii) Κάθε περιττή συνάρτηση διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

iii) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $h(x) = f(x - 5)$  προκύπτει αν μετατοπίσουμε τη γραφική παράσταση της  $f(x)$  κατά 5 μονάδες προς τα αριστερά.

iv) Δύο γωνίες παραπληρωματικές έχουν το ίδιο ημίτονο και αντίθετους όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς τους αριθμούς.

v) Έστω δύο πολυώνυμα  $P(x)$  και  $Q(x)$  με βαθμούς  $\kappa$ ,  $\lambda$  και ισχύει  $\kappa > \lambda$ , τότε το πολυώνυμο  $H(x) = P(x) + Q(x)$  θα είναι βαθμού  $\kappa + \lambda$ .

( Μονάδες 10 )

#### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^4 + \alpha x^3 - 5x^2 + (\beta - 1)x + 3\beta + 1$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε τις πραγματικές τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει ρίζα το  $-1$  και η αριθμητική τιμή του για  $x = 0$  είναι 4.

( Μονάδες 6 )

Για  $\alpha = 0$  και  $\beta = 1$ ,

**B2.** Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση του πολυωνύμου παρουσιάζει συμμετρία ως προς τον άξονα  $y'y$ .

( Μονάδες 4 )

**B3.** Να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου  $P(x)$  και στην συνέχεια να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $Q(x) = P(x^2 - 2x - 1)$  έχει ρίζα το  $x = 3$ .

( Μονάδες 5 + 3 = 8 )

**B4.** Να λύσετε την εξίσωση:  $8\sigma\upsilon\nu 2x = P(0)$ .

( Μονάδες 7 )

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = \alpha \eta\mu(\beta x) + \gamma$ , με  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ .



**Γ1.** Να προσδιορίσετε, από την γραφική παράσταση, την περίοδο, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$ .

( Μονάδες 6 )

**Γ2.** Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$ .

( Μονάδες 3 + 2 + 3 = 8 )

Αν  $f(x) = 2\eta\mu\frac{x}{2} + 2$ ,

**Γ3.** Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης ή οποιονδήποτε άλλον τρόπο, να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

( Μονάδες 6 )

**Γ4.** Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της  $f$  με την

γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = \left(\eta\mu\frac{x}{2} - 2\right)^2 + 7$ .

( Μονάδες 5 )

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει :

$$f(x) = \varepsilon\varphi(2026\pi + x) \cdot \varepsilon\varphi\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{13\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(11\pi + x) + 1$$

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $f(x) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

( Μονάδες 8 )

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι περιττή.

( Μονάδες 4 )

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι περιοδική με περίοδο  $T = \pi$ .

( Μονάδες 6 )

**Δ4.** Να λύσετε την εξίσωση  $1 = 2f(x)$ .

( Μονάδες 7 )